B– On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{e^{x-1}}{x^4}-(x-1)+4\ln x$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Vérifier que pour tout $x\in]0,+\infty[$, $f(x)=e^{u(x)}-u(x)$.

b) Calculer $f(\alpha)$.

c) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$.

d) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$.

e) Donner les branches infinies de la courbe $\mathscr{C}$.

2°) a) Vérifier que pour tout $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=u'(x).\left(e^{u(x)}-1\right)$.

b) Justifier que $f'(x)>0$, si et seulement si , $x\in]1,4[\cup]\alpha,+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3°) a) Montrer que pour tout réel x, $e^x-2x>0$.

b) Déduire la position relative de $\mathscr{C}$ et (Γ).

c) Tracer dans la figure, la courbe $\mathscr{C}$.

4°) On désigne par :

$\mathcal{A}$: l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations $x=3$; $x=5$ et $y=0$.

$\mathcal{A}'$: l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (Γ) et les droites d'équations $x=3$; $x=5$ et $y=0$.

a) Montrer que $\mathcal{A}'=20\ln 5-12\ln 3-14$.

b) Montrer que $\mathcal{A}'<\mathcal{A}<2f(4)$. En déduire que $5<\mathcal{A}<5{,}25$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn